Stichting Studiebegeleiding Leiden

MEER DAN 25 JAAR ERVARING

Voorbereidende opgaven havo

Examencursus

wiskunde B

Tips:

- Maak de voorbereidende opgaven voorin in een van de A4-schriften die je gaat gebruiken tijdens de cursus.
- Als een opdracht niet lukt: geen probleem, op de cursus helpen we je verder! Werk de vraag uit tot waar je kunt en ga verder met de volgende opdracht.
- Weet je niet precies meer hoe je moet rekenen met procenten en eenheden? Bekijk dan de bijlage *Procenten en eenheden* voor uitleg.
- Weet je niet precies meer hoe je werkt met een bepaalde rekenregel? Bekijk dan de bijlage *Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden* voor uitleg.

Veel succes!

Procenten, verhoudingen en eenheden

Jaar	Aantal verkochte smartphones in Maaskantje	Aantal verkochte iPhones in Maaskantje	Percentage verkochte iPhones van totaal in Maaskantje
2007	5	3	60%
2008	13	12	?
2009	37	17	46%
2010	?	48	87%
2011	45	34	76%
2012	36	15	42%
2013	42	?	5%

1 Bereken in bovenstaande tabel de getallen die op de plaatsen van de drie vraagtekens staan.

2 Het aantal inwoners in Verweggistan is van 2003 naar 2004 jaar toegenomen met 2,1%. Het aantal inwoners in 2004 was 23 000 000. Hoeveel inwoners had Verweggistan in 2003?

3 Het aantal parkieten die op de eerst hulp van het dierenziekenhuis binnen kwamen is van 2004 op 2005 gedaald met 1,5%. In 2004 kwamen er 230 parkieten binnen op de eerste hulp. Hoeveel kwamen er binnen in 2005?

4 Een satelliet draait rondjes om de aarde: hij doet er 6100 seconde over om een afstand van 45 000 000 meter af te leggen. Wat is zijn snelheid in duizenden km h^{-1}?

5 De vliegsnelheid van een passagiersvliegtuig is 890 kilometer per uur. Hoeveel minuten doet zo'n vliegtuig erover om 44.5 kilometer af te leggen?

6 Een balk heeft een lengte van 0,5 m, breedte van 0,1 m en hoogte van 0,2 m. Wat is de inhoud van de balk in mm^3?

7 Een wijnglas heeft een inhoud van 50 mL. Wat is het volume in mm^3?

8 De verhouding Justin Bieber fans op fans van Michael Jackson is 5:2. De verhouding fans van Michael Jackson op fans van Miley Cyrus is 7:2. Er zijn 200 fans van Miley Cyrus. Hoeveel fans zijn er van Justin Bieber?

Haakjes uitwerken

Werk de haakjes uit:

9 $(x+1)^2$

10 $-2(6x-4)^2 \cdot x$

11 $(4x+5) \cdot -(5-4x)$

Wortels omschrijven

Herleid:

12 $\sqrt{\frac{1}{x}}\sqrt{2x}$

13 $\dfrac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$

Vereenvoudigen

Schrijf met gebroken en/of negatieve exponenten:

14 $\dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{x}$

15 $\dfrac{3}{x^2} \div \dfrac{x}{7}$

16 $\dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x+1}$

Stelsel oplossen

Bepaal a en b:

17 $\begin{cases} a + b = 5 \\ 3a - 2b = 5 \end{cases}$

Vereenvoudig zo ver mogelijk:

Schrijf met gebroken en/of negatieve exponenten:

18 $x^5 \cdot \sqrt{x}$

19 $\dfrac{1}{x^3} \cdot \sqrt[3]{x}$

20 $\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^2}}$

Randpunten

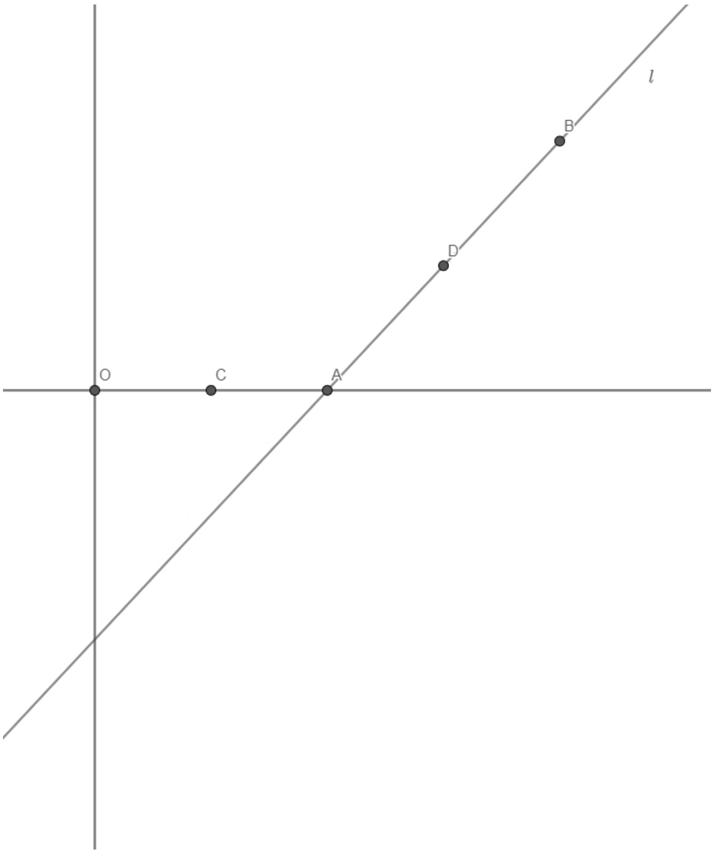
Bereken de coördinaten van het randpunt van de volgende grafiek:

21 $g(x) = 1 - \sqrt{6 - 2x}$

Lijnstukken

Op lijn l liggen punt A met coördinaten $(4, 0)$ en punt B met coördinaten $(8, 3)$, zie de figuur hieronder.

figuur 1



22 Gegeven is dat punt C het midden is van punt A en de oorsprong, bereken de coördinaten van punt C

23 Daarnaast is gegeven dat punt D op het midden ligt van AB, bereken de coördinaten van punt D.

24 De lengte van lijnstuk AB is 5. Lijnstuk AB is α keer zo lang als lijnstuk OC. Bereken de waarde van α.

Wat vond je van deze opgaven? $\longrightarrow$

Heel makkelijk	1	2	3	4	5	Heel moeilijk

Bijlage: Procenten en eenheden

Procenten

Rekenen met procenten kan op heel veel manieren. Een percentage berekenen doe je misschien wel automatisch goed. Wat lastiger wordt, is als je op je examen de andere kant op moet rekenen, dus als je een waarde moet uitrekenen aan de hand van een percentage. Voor al deze berekeningen met procenten is het handig om een kruistabel te gebruiken.

In een kruistabel vul je alle gegevens in. De gevraagde waarde bereken je door de bekende gegevens schuin tegenover elkaar te vermenigvuldigen, en te delen door het laatste gegeven. Hieronder twee voorbeelden:

Voorbeeld 1:
Een kledingstuk is afgeprijsd van 89 euro naar 69 euro. Hoeveel % korting is dat?

Antwoord:

€ 89	€ 69
100%	?

dus $\dfrac{69 \cdot 100\%}{89} = 77{,}5\%.$

Voorbeeld 2:
Het bedrag van 69 euro is inclusief 19% BTW. Wat is het bedrag zonder BTW?

Antwoord:

?	€ 69
100%	119%

dus $\dfrac{69 \cdot 100\%}{119\%} = 57{,}98.$

Eenheden

$$\text{m} \xrightarrow{\times 10} \text{dm} \xrightarrow{\times 10} \text{cm} \xrightarrow{\times 10} \text{mm}$$

$$\text{m}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{dm}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{cm}^2 \xrightarrow{\times 10^2} \text{mm}^2$$

$$\text{m}^3 \xrightarrow{\times 10^3} \text{dm}^3 \xrightarrow{\times 10^3} \text{cm}^3 \xrightarrow{\times 10^3} \text{mm}^3$$

Let op:
Als je naar rechts gaat, moet je vermenigvuldigen. Als je naar links gaat, moet je delen.

- Bij “lengtes” is elk stapje $\times 10$
- Bij “oppervlaktes” is elk stapje $\times 10^2 = 100$
- Bij “inhoud/volumes” is elk stapje $\times 10^3 = 1\ 000$

Verder handig om te weten:

- 1 L = 1 dm^3 (dus 1 mL = 1 cm^3)
- 1 $\text{m}\,\text{s}^{-1}$ = 3,6 $\text{km}\,\text{h}^{-1}$

Ter afsluiting

Je hebt de voorbereidende opgaven af, dat is een goed begin van je cursus. Om straks gericht de uitdagingen van wiskunde B aan te pakken kan je vast opschrijven welk(e) onderwerp(en) jij lastig vindt en waarom. Dit zorgt ervoor dat onze docenten jou nog gerichter kunnen helpen!

Beknopt overzicht algebraïsche vaardigheden

In dit overzicht vind je de volgende vaardigheden:

1. Voorrangsregels

Berekeningen moeten in een vaste volgorde:
- Haakjes
- Machtsverheffen en worteltrekken
- Vermenigvuldigen en delen
- Optellen en aftrekken

2. Haakjes

Wanneer haakjes?
In de volgende **twee gevallen** heb je haakjes nodig:
- $A - (B \pm C)$
  vb: $10 - (4 + 2) \neq 10 - 4 + 2$
- $A \cdot (B \pm C)$
  vb: $10 \cdot (4 + 2) \neq 10 \cdot 4 + 2$

Als dingen alleen met elkaar worden vermenigvuldigd, heb je **geen haakjes** nodig, dus:
vb: $x(2a) = x2a = 2xa = 2ax$

Haakjes uitwerken

vb: $-x(x^2 + 4) = -x \cdot x^2 - x \cdot 4 = -x^3 - 4x$

vb: $(x - 2)(x + 3) = x \cdot x + x \cdot 3 - 2 \cdot x - 2 \cdot 3 = x^2 + x - 6$

Pas op voor de veelgemaakte fout!:
vb: $x(2a) \neq x \cdot 2 \cdot x \cdot a$

3. Breuken

Breuk = $\dfrac{teller}{noemer}$

<u>Vermenigvuldigen</u>

Teller × teller, noemer × noemer.

<u>vb</u>: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$

<u>Delen</u>

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde.

<u>vb</u>: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

<u>Optellen</u>

Noemers gelijk maken. Dit doe je door beide breuken op een speciale manier met 1 te vermenigvuldigen, namelijk boven en onder keer de noemer van de andere breuk.

<u>vb</u>: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

<u>vb</u>: $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x}{x} + \frac{2}{x} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{x}{x(x+1)} + \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{3x+2}{x(x+1)}$

<u>Vereenvoudigen</u>

- $\frac{ab}{ac} = \frac{a}{a} \cdot \frac{b}{c} = \frac{b}{c}$

  <u>vb</u>: $\frac{x(x+1)}{x(x+2)} = \frac{x+1}{x+2}$
- $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

  <u>vb</u>: $\frac{x^2+x}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x} = x+1$

Let op!:

- $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$

  <u>vb</u>: $\frac{x}{x+1} \neq \frac{x}{x} + \frac{x}{1}$

4. Wortels

<u>Vermenigvuldigen</u>

- $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

  <u>vb</u>: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

<u>Delen</u>

- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

  <u>vb</u>: $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$

Optellen

– $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$!!!

vb: $\sqrt{25} = \sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$!!!

5. Machten

regel	voorbeeld
$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$	$x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$
$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$	$\frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x$
$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$	$(x^3)^2 = (x^2)^3 = x^{2 \cdot 3} = x^6$
$(ab)^c = a^c b^c$	$(2x)^2 = 2^2 x^2 = 4x^2$
$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$	$\left(\frac{5 \cdot x}{4}\right)^2 = \frac{25 \cdot x^2}{16}$
$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$	$x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
$\sqrt[c]{a^b} = a^{\frac{b}{c}}$	$\sqrt{x} = \sqrt[2]{x^1} = x^{\frac{1}{2}}$

6. Logaritmen

regel	voorbeeld
${}^a\log(a) = 1$	
${}^a\log(1) = 0$	
$a^{{}^a\log(x)} = x$	
${}^g\log(a) + {}^g\log(b) = {}^g\log(a \cdot b)$	$\log(2) + \log(5) = {}^{10}\log(2) + {}^{10}\log(5) =$ ${}^{10}\log(2 \cdot 5) = {}^{10}\log(10) = 1$
${}^g\log(a) - {}^g\log(b) = {}^g\log\left(\frac{a}{b}\right)$	${}^2\log(6) - {}^2\log(3) = {}^2\log\left(\frac{6}{3}\right) = {}^2\log(2) = 1$
${}^g\log\left(a^b\right) = b \cdot {}^g\log(a)$	$2 \cdot {}^3\log(x) = {}^3\log\left(x^2\right)$
${}^a\log(b) = \frac{{}^g\log(b)}{{}^g\log(a)}$	${}^3\log(5) = \frac{{}^g\log(5)}{{}^g\log(3)} \approx 1{,}46$ (GR)

7. Omschrijven

Als gegeven is: A = 'iets met B', kan het voorkomen dat je B moet uitdrukken in A. Dat betekent dat je moet zorgen voor: B = 'iets met A'.

Stappenplan omschrijven

1 Haal alle termen met B links, alle andere termen naar rechts.
2 Isoleer B door aan beide kanten omgekeerde bewerkingen uit te voeren. (*Omgekeerde bewerkingen zijn 'plus en min', 'keer en gedeeld door', 'kwadraat en wortel' enz.*)

vb: $a^2 + \frac{1}{2}b^3 = a - 4$, dus b uit in a.

1 $\frac{1}{2}b^3 = a - 4 - a^2$ termen met b naar links, met a naar rechts
2 $b^3 = 2(a - 4 - a^2)$ werk $\frac{1}{2}$ weg: vermenigvuldig aan beide kanten met 2
$b = \sqrt[3]{2(a - 4 - a^2)}$ omgekeerde van ^{3} is $\sqrt[3]{\ldots}$

Speciale gevallen:
Voor twee speciale gevallen is er een extra stap nodig:
– B in noemer van breuk → kruislings vermenigvuldigen
– B in meerdere termen → buiten haakjes halen

vb: $a = \frac{1}{b+2}$, dus b uit in a.

1 $\frac{a}{1} = \frac{1}{b+2}$ b staat in de noemer, dus kruislings vermenigvuldigen
$a(b+2) = 1 \cdot 1$
$ab + 2a = 1$
$ab = 1 - 2a$
2 $b = \frac{1 - 2a}{a}$ aan beide kanten delen door a

vb: $2b = ab + 3$, dus b uit in a.
1 $2b - ab = 3$ b staat in meerdere termen, dus buiten haakjes halen
$b(2 - a) = 3$
2 $b = \frac{3}{2 - a}$ aan beide kanten delen door $2 - a$

8. Stelsels van vergelijkingen

Er zijn twee methoden voor het oplossen van een stelsel van vergelijkingen, namelijk substitutie en optellen/aftrekken. Het is voldoende als je één van beide beheerst.

Substitutie ('vervangen')
Aanpak:

– Kies de makkelijkste/kortste vergelijking, pak een variabele, bijv. a, en druk die uit in de andere variabele, bijv. b (*zie 'g. Omschrijven'*).
– Vul de zo gevonden uitdrukking vervolgens in in de tweede vergelijking en los verder op.

vb: $\begin{cases} a + b = 14 & (1) \\ 8a + 6b = 100 & (2) \end{cases}$

Druk a uit in b met behulp van (1):

$a = 14 - b$

Substitueer dit vervolgens in (2):

$8(14 - b) + 6b = 100$
$112 - 8b + 6b = 100$
$-2b = -12$
$b = 6$

Bepaal nu a met behulp van de eerder gevonden uitdrukking:

$a = 14 - b = 14 - 6 = 8$

Dus $a = 8$ en $b = 6$.

Optellen/aftrekken
Zorg dat je van een variabele afkomt door de ene vergelijking een geschikt aantal keer van de andere af te trekken.

vb: $\begin{cases} a + b = 14 & (1) \\ 8a + 6b = 100 & (2) \end{cases}$

In vergelijking (2) komt b zes keer voor. We kunnen van b afkomen door (1) zes keer van (2) af te trekken: dus (2) – 6·(1). Let op dat je de hele vergelijking 6 keer vermenigvuldigt, niet alleen de variabele!
Dit geeft:

$8a + 6b = 100$
$\underline{6a + 6b = 84}$
$2a = 16$

Delen door 2 geeft: $a = 8$. Dit vervolgens invullen in (1) geeft:

$8 + b = 14$

Dus $b = 6$.

9. Lijn- en puntsymmetrie

Een functie f is *lijnsymmetrisch ten opzichte van de y-as* als geldt: $f(x) = f(-x)$.

vb: $f(x) = x^2$
$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$, dus f is lijnsymmetrisch t.o.v. de y-as.

Een functie f is *puntsymmetrisch ten opzichte van* $(0,0)$ als geldt: $f(x) = -f(-x)$.

vb: $f(x) = x^3$
$-f(-x) = -(-x)^3 = - - x^3 = x^3 = f(x)$, dus f is puntsymmetrisch t.o.v. $(0,0)$.

10. Randpunt

Een *randpunt* is het start- of eindpunt van een grafiek. Een grafiek stopt als dat wat onder de wortel staat gelijk is aan nul.

vb: $f(x) = 2 + \sqrt{x-4}$
$x - 4 = 0$ geeft $x = 4$. $f(4) = 2$, dus het randpunt van f bevindt zich op $(4,2)$

