

Examenverslag van wiskunde B vwo, tweede tijdvak 2021

Beste leerling,

In dit examenverslag voor leerlingen proberen we een zo goed mogelijk antwoord te geven op de volgende vraag: *In hoeverre was het examen te maken met behulp van de op de cursus behandelde kennis & vaardigheden?*

Om een zo duidelijk mogelijk verslag te maken, hebben we de vragen onderverdeeld in 4 categorieën.

- I. Algemene (niet vak gerelateerde) kennis & vaardigheden
- II. Alleen-kennis/aanpak-uit-de-cursus-vraag
- III. Een-stapje-extra-vraag.
- IV. Niet voorgekomen in de cursus

De eerste categorie doet een beroep op algemene basisvaardigheden, welke we bekend veronderstellen. Categorie II en III zijn vragen die op te lossen zijn met de kennis en vaardigheden die je op de cursus geleerd hebt. De laatste categorie vragen is op de cursus niet aan bod gekomen. In *bijlage 1*, achteraan dit document, vind je een nadere toelichting van deze categorieën.

Het is belangrijk om te beseffen dat deze categorieën niets zeggen over de moeilijkheidsgraad van een vraag. Een vraag die rechtstreeks op te lossen valt met kennis en vaardigheden uit de cursus (categorie II) kan best een pittigere opgave zijn dan een vraag die niet is voorgekomen tijdens de cursus (categorie IV).

Mocht je vragen of opmerkingen hebben naar aanleiding van dit examenverslag, dan horen we dit uiteraard heel graag! Je mag ons hier altijd over mailen op info@sslleiden.nl.

Met vriendelijke groet,

Hans Huibregtse

opgave	vraag	aantal punten	categorie vraag	toelichting categorie keuze:
1	1	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? De formule voor de helling in een punt op een parametervoorstelling is behandeld in de uitleg 'Parametervoorstellingen' uit het blok 'Meetkunde II'. Hiermee kon je de gevraagde helling bepalen. De afgeleiden van $x(t)$ en $y(t)$ die je hierbij nodig had, kon je bepalen met behulp van de uitleg 'Hoe moet het?' uit het blok 'Differentiëren'. Tenslotte kon je de gevraagde helling aantonen met behulp van de uitleg 'Omschrijven' uit het blok 'Examenvaardigheden'. Je kon namelijk de sinussen en cosinussen boven en onder in de breuk tegen elkaar weg strepen.
	2	3	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Het signaalwoord 'raaklijn' verwees naar het stappenplan 'Raaklijn opstellen' uit het blok 'Differentiëren'. Hiermee kon je de formule van de raaklijn opstellen, waarbij a (de helling) al gegeven was bij opgave 1. De waarde van b kon je bepalen door een punt in te vullen. De extra denkstap die je hier kon zetten, was het bedenken dat je de parametervoorstelling als punt kon invullen. Vervolgens kon je de gevraagde waarde van b vinden met behulp van de uitleg 'Omschrijven' uit het blok 'Examenvaardigheden'. De tweede extra denkstap die je hier kon zetten, was het inzien dat je $\sin(t)$ buiten haakjes kon halen, zodat je daarna een goniöformule kon toepassen. De formule die je daarbij kon gebruiken, is behandeld in de uitleg 'Goniometrie'. Op deze manier kon je de vraag volledig beantwoorden.
	3	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Als eerste kon je de snijpunten A en B berekenen door respectievelijk $y = 0$ (snijpunt x-as) en $x = 0$ (snijpunt y-as) in te vullen in de formule voor de raaklijn. Vervolgens kon je de lengte AB berekenen met behulp van de formule voor een schuin lijnstuk, gegeven in de uitleg 'Formule opstellen' uit het blok 'Examenvaardigheden'. Met behulp van de formules gegeven in de uitleg 'Goniometrie' kon je tot slot aantonen dat de lengte altijd gelijk was aan 1.
2	4	4	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Als eerste kon je de vector OF opstellen met behulp van de uitleg 'Vector opstellen' uit het blok 'Meetkunde II'. De extra denkstap bij deze opgave was het bedenken hoe je met vector OF vervolgens de vector OG kon bepalen. Dit kon je beredeneren aan de hand van het voorbeeld gegeven bij de vraag. Nadat je beide vectoren had opgesteld, kon je deze invullen in de gegeven vergelijking. Het oplossen van het stelsel dat hieruit volgt wordt door ons beschouwd als algemene vaardigheid en kwam terug in de voorbereidende opgaven, bij opgave 18. Ook kon het extra geoefend worden met opgave 50 en 51 in de opgavenbundel.

	5	5	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Als eerste kon je de formule voor k omzetten in een normale lijnformule met behulp van het stappenplan 'Vectorvoorstelling van een lijn naar $y = ax + b$ ' uit het blok 'Meetkunde II'. De eerste extra denkstap bij deze opgave was het bedenken dat de lijn, die door de punten F en F' (het spiegelbeeld van F) ging, loodrecht op lijn k stond. Met het stappenplan 'Lijn opstellen' uit het blok 'Meetkunde I' kon je vervolgens de formule voor deze lijn opstellen. Daarna kon je het snijpunt van deze lijn en lijn k bepalen. De tweede extra denkstap bij deze opgave was het bedenken hoe je daarmee de x-coördinaat van het spiegelbeeld van F kon bepalen. Tot slot kon je de conclusie trekken of dit x-coördinaat links of rechts van de y-as lag.
3	6	4	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'raaklijn' verwees naar het stappenplan 'Raaklijn opstellen' uit het blok 'Differentiëren'. Hiermee kon je de formule voor lijn l opstellen. Vervolgens konden de coördinaten van het snijpunt M bepaald worden. Tot slot kon je aantonen dat M inderdaad het midden was van lijnstuk AB, net zoals bijvoorbeeld bij opgave 281 uit de opgavenbundel.
	7	5	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Met de uitleg 'Oppervlakte tussen twee grafieken' kon je bij deze opdracht alle punten scoren. Hiervoor had je de snijpunten van de grafieken nodig, die je kon berekenen. De vergelijking die ontstond bij het bepalen van deze snijpunten, kon opgelost worden met behulp van stappenplan 'Trucs' uit het blok 'Simpel functies'. De primitieve die vervolgens nodig was, kon bepaald worden met behulp van de uitleg 'Hoe moet het?' uit het blok 'Integreren'.
4	8	4	IV	Niet voorgekomen op de cursus: Tijdens de cursus behandelen we geen theorie over de groeifactor en verdubbelingstijd, omdat het grotebakstof is.
	9	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Als eerste kon je de formule voor de verticale afstand tussen lijn k en de grafiek van f opstellen, met behulp van de uitleg 'Formule opstellen' uit het blok 'Examenvaardigheden'. Vervolgens gaf de vraag als 'instructie' dat je moest differentiëren. Deze afgeleide kon je bepalen met behulp van de uitleg 'Hoe moet het?' uit het blok 'Differentiëren'.
		1	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap in deze opgave was hoe je kan bewijzen dat deze afstand steeds groter wordt als x groter wordt. Dit kon door te bewijzen dat deze afgeleide positief is.
	10	5	III	Wat was/waren de extra denkstap(pen)? De extra denkstap die je bij deze opgave kon zetten, was bedenken hoe het gevraagde rentepercentage gevonden kon worden. Bij het gevraagde rentepercentage was het verschil tussen T en T ₁ gelijk aan het verschil tussen T en T ₂ . Als eerste kon je de formules voor de verticale afstand (het verschil) tussen T en T ₁ en tussen T en T ₂ bepalen, met behulp van de uitleg 'Formule opstellen' uit het blok 'Examenvaardigheden'. Vervolgens kon het snijpunt van deze twee formules bepaald worden. De vergelijking die hierbij ontstond, kon je oplossen met behulp van de GR.
5	11	6	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'helling' verwees naar de eerste soort vraag 'Helling' van het blok 'Differentiëren'. Om de helling van grafiek g in punt Q te kunnen bepalen had je eerst de coördinaten van punt Q nodig. Met behulp van stappenplan 'Lijn opstellen' uit het blok 'Meetkunde I' kon je de formule voor de lijn door O en P opstellen. Het snijpunt van deze lijn en grafiek g (de coördinaten van punt Q) kon je vervolgens bepalen met behulp van de stappenplannen 'Wortels', 'Breuken' en 'Trucs' uit het blok 'Simpel functies'. Met de x-coördinaat van Q die hieruit volgde, kon je de helling in punt Q berekenen. De afgeleide die hiervoor nodig was, kon bepaald worden met behulp van de uitleg 'Hoe moet het?' uit het blok 'Differentiëren'.

	12	6	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Als eerste konden de y-coördinaten van P en R bepaald worden. Daarmee kon je de oppervlakte van driehoek PRS berekenen, met behulp van de uitleg 'Formule opstellen' uit het blok 'Examenvaardigheden'. De oppervlakte van het vlakdeel kon bepaald worden met behulp van de uitleg 'Oppervlakte tussen twee grafieken' uit het blok 'Integreren'. De primitieve die je hierbij nodig had, kon je bepalen met behulp van de uitleg 'Hoe moet het?' uit het blok 'Integreren'. Tot slot kon je de verhouding tussen de twee oppervlaktes berekenen, net zoals bijvoorbeeld in opgave 253 in de opgavenbundel.
6	13	3	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'inverse functie' verwees naar het stappenplan 'Inverse functie' uit het blok 'Functievaardigheden'. Met behulp van dit stappenplan en de uitleg 'Exponenten en logaritmen' kon je de inverse functie van f bepalen. Het signaalwoord 'asymptoten' verwees naar de uitleg 'Asymptoten' uit het blok 'Limieten'. Met behulp van de stappenplannen 'Horizontale asymptoot' en 'Verticale asymptoot' in deze uitleg, kon je de formules van de horizontale en verticale asymptoot opstellen.
	14	7	II	Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Het signaalwoord 'raaklijn' verwees naar het stappenplan 'Raaklijn' uit het blok 'Differentiëren. Met behulp van dit stappenplan kon je de formule van de raaklijn in P opstellen. Daarna kon je de x-coördinaat van punt S bepalen, als functie van p, met behulp van de uitleg 'Simpel functies'. Het signaalwoord 'maximaal' verwees tenslotte naar het stappenplan 'Toppen' uit het blok 'Differentiëren'. Met behulp van dit stappenplan kon je de maximale waarde van de x-coördinaat van S bepalen. Dit kon namelijk door de afgeleide van de x-coördinaat van S, als functie van p, gelijk te stellen aan nul. Met behulp van de uitleg 'Hoe moet het?' uit het blok 'Differentiëren' kon je deze afgeleide bepalen. Vervolgens kon je met behulp van de uitleg 'Simpel functies' de maximale waarde voor p vinden. Met de laatste stap van het stappenplan 'Toppen' kon je tot slot de maximale waarde van de x-coördinaat van S vinden.
7	15	5	III	<p>Wat was/waren de extra denkstap(pen)? Een aanpak voor deze opgave kon je vinden met behulp van 'Stappenplan meetkunde' uit het blok 'Meetkunde I'. Volgens de eerste stap van het stappenplan kon je een schets maken, waarbij je aan kon geven dat de x-coördinaat van A gelijk is aan $\frac{1}{2}$. De eerste extra denkstap bij deze opgave, was bedenken dat daarom de afstand van O tot A' (de loodrechte projectie van A op de x-as) gelijk was aan $\frac{1}{2}$. De gevraagde hoek alpha bevond zich in de rechthoekige driehoeken OA'A en OAM, dus volgens de derde stap konden de stellingen SosCasToa en Pythagoras toegepast worden. De tweede extra denkstap bij deze opgave, was het bedenken dat je deze stellingen kon uitschrijven voor alle driehoeken, en die in elkaar kon substitueren om het antwoord te vinden. Je kon bijvoorbeeld de volgende uitwerking krijgen:</p> <p>Door SosCasToa uit te schrijven voor beide loodrechte driehoeken kon je onder andere vinden dat $\tan(\alpha) = \frac{1}{OA}$ en $\tan(\alpha) = \frac{AA'}{1/2}$.</p> <p>Hieruit kon je afleiden dat $\frac{1}{OA} = \frac{AA'}{1/2}$. Door Pythagoras in driehoek OAS te gebruiken, kreeg je de uitdrukking $OA^2 = \frac{1}{4} + (AA')^2$. Met behulp van de uitleg 'Substitueren' uit het blok 'Examenvaardigheden' kon je deze laatste twee formules combineren. Hierdoor kreeg je de vergelijking $\left(\frac{AA'}{1/2}\right)^2 = \frac{1}{4} + (AA')^2$ waarmee je AA' kon bepalen. Deze vergelijking kon je oplossen met behulp van de abc-formule, behandeld in het blok 'Simpel functies'. Met de eerder gevonden $\tan(\alpha) = \frac{AA'}{1/2}$ kon je tenslotte hoek alpha bepalen.</p>

	16	5	II	<p>Welke stof uit de cursus kon je gebruiken? Als eerste kon je een formule voor de oppervlakte van driehoek MBC opstellen met behulp van de uitleg 'Formule opstellen' uit het blok 'Examenvaardigheden'. Daarbij was zijde MB de basis. MB was gelijk aan de straal, oftewel 1. De hoogte was CC', met C' de loodrechte projectie van C op de x-as. Uit het stellingenoverzicht volgde als eerste dat je de stelling 'hoekensom driehoek' kon toepassen. Hieruit volgde dat hoek OMA gelijk was aan $90^\circ - \alpha$. Vervolgens kon je de stelling 'gestrekte hoek' toepassen, waaruit bleek dat hoek AMB gelijk was $90^\circ + \alpha$ en hoek CMB dus gelijk was aan $45^\circ + \frac{1}{2} * \alpha$. Tenslotte volgde uit het stellingenoverzicht dat je de stelling 'SosCasToa' kon gebruiken om de lengte van zijde CC' te bepalen. In de driehoek MBC waren nu hoek CMB en zijde MB bekend, dus kon je de sinus gebruiken om CC' te berekenen. Hiermee kon je een formule voor de oppervlakte van driehoek MBC opstellen. Het signaalwoord 'grenswaarde' verwees tenslotte naar de uitleg 'Limieten', waarmee je de grenswaarde kon bepalen.</p>
		72		

verdeling per categorie:

categorie	aantal punten	percentage
I	0	0%
II	45	63%
III	23	32%
IV	4	6%
	72	100%

In hoeverre was het examen te maken met behulp van de op de cursus opgedane kennis & vaardigheden?

Dit gold voor: 94% van de vragen (namelijk categorie I, II en III).

Bijlage 1: Toelichting categorieën

Categorie I: Algemene (niet vak gerelateerde) kennis & vaardigheden

Dit betreft de volgende vragen: vragen waarbij een beroep wordt gedaan op algemene kennis & vaardigheden. Dit zijn kennis & vaardigheden die niet zijn opgenomen in de eindtermen in de syllabus.

Categorie II: alleen-kennis/aanpak-uit-de-cursus-vraag

Dit betreft de volgende vragen:

- Vragen die letterlijk voorkomen in de uitleg (in de uitleg of in een klassikaal voorbeeld);
- Vragen die letterlijk met een stappenplan op te lossen zijn;
- Vragen die vergelijkbaar zijn met opgaven uit de opgavenbundel die vrijwel altijd worden opgegeven door de hoofddocent;
- Theorievragen die niet worden behandeld op de cursus, maar die we je van tevoren via de vakkenpagina geadviseerd hebben te leren (uit bijv. Samengevat);
- Vragen die vergelijkbaar zijn met vragen uit de voorbereidende opgaven.

Categorie III: een-stapje-extra-vraag

Dit betreffen vragen waarbij je, de naam zegt het al, een stapje extra moet zetten. Oftewel: je moest je kennis en vaardigheden behandeld tijdens de cursus combineren met een stukje 'inzicht'. Bijvoorbeeld:

- Je moet net even buiten het stappenplan om denken;
- Je moet informatie uit de tekst halen om een bepaalde variabele voor een formule of berekening uit te rekenen.

Categorie IV: niet voorgekomen op de cursus

Dit betreft de volgende vragen:

- Vragen over grotebakstof (examenstof die niet behandeld is tijdens de cursus). De stof is niet voorkomen in de standaard opgegeven opgaven, de voorbereidende opgaven of opgegeven stof op de vakkenpagina.
- Vragen waarvan je redelijkerwijs niet kon vaststellen dat het om een op de cursus behandeld concept in een andere context gaat.